ชุดพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์

เล่มที่ 6

แบบฝึกเพิ่มเติมเพื่อพัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์และการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2568



สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
กระทรวงศึกษาธิการ

แบบฝึกเพิ่มเติม
เพื่อพัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์และการแก้โจทย์ปัญหา
คณิตศาสตร์



https://drive.google.com/drive/folders/1iq_szi67HpOyPEuMD63v4Ni21sat54uv?usp=drive_link

คำนำ

แบบฝึกเพิ่มเติมเพื่อพัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์และการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นี้ เป็นเอกสารที่จัดทำขึ้นเพื่อพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งเป็นเอกสารเล่มที่ 6 ในชุดพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ โดยมีเอกสารในชุดทั้งหมด จำนวน 6 เล่ม ได้แก่

เล่มที่ 1 : คู่มือการใช้ชุดพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์

เล่มที่ 2 : กรอบแนวคิดและรูปแบบแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์

เล่มที่ 3 : กิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์

เล่มที่ 4 : แบบฝึกเพื่อพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์

เล่มที่ 5 : แนวการตอบคำถามตามแบบฝึกเพื่อพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์

เล่มที่ 6 : แบบฝึกเพิ่มเติมเพื่อพัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์และการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

เอกสารทั้ง 6 เล่มนี้ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) และ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (สพฐ.) โดย สำนักบริหารงานความเป็นเลิศด้านวิทยาศาสตร์ศึกษา (สบว.) สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา (สวก.) สำนักทดสอบทางการศึกษา (สทศ.) ศูนย์ขับเคลื่อนโครงการโรงเรียนคุณภาพประจำตำบล สำนักพัฒนานวัตกรรมการจัดการศึกษา (สนก.) ศูนย์ PISA สพฐ. และเครือข่ายสถานศึกษากลุ่มโรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ได้ร่วมกันจัดทำขึ้น เพื่อให้ครูผู้สอนนำไปใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ เพื่อพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ตามกรอบการประเมินสมรรถนะนักเรียนมาตรฐานสากล (Programme for International Student Assessment-PISA) โดยองค์การเพื่อความร่วมมือทางเศรษฐกิจและการพัฒนา (Organisation for Economic Co-operation and Development-OECD)

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ตามรูปแบบในเอกสารทั้ง 6 เล่ม สามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ใน 4 แนวทาง ดังนี้

1) จัดทำเป็นรายวิชาเพิ่มเติมขึ้นใหม่ เป็นการเฉพาะ จำนวน 0.5 หน่วยกิต

2) บูรณาการจัดเป็นกิจกรรมหนึ่งในการจัดการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

3) บูรณาการจัดเป็นกิจกรรมหนึ่งในการจัดการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

4) จัดในรูปแบบกิจกรรมการเรียนรู้อื่น ๆ ตามบริบทและความพร้อมของโรงเรียน

รูปแบบการจัดการเรียนรู้และกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ในเอกสารเล่มนี้ ได้จัดทำขึ้นเป็นตัวอย่างเท่านั้น ในการนำไปใช้จัดการเรียนรู้ในชั้นเรียน ครูอาจต้องนำไปปรับหรือทำขึ้นใหม่ให้เหมาะสมสอดคล้องกับบริบท ความถนัด และความสนใจของนักเรียนของตนเอง

อนึ่ง ในปัจจุบัน การทดสอบต่าง ๆ ได้เริ่มให้ผู้สอบทำข้อสอบบนคอมพิวเตอร์ (Computer-Based Test) มากขึ้น ดังนั้น เพื่อให้นักเรียนคุ้นเคยกับการทำข้อสอบบนคอมพิวเตอร์ดังกล่าว ครูผู้สอนควรจัดให้นักเรียนได้เข้าฝึกทำข้อสอบ PISA ที่ OECD อนุญาตให้เผยแพร่และข้อสอบ PISA-Like ที่พัฒนาโดย สสวท. ผ่านระบบออนไลน์ของ สสวท. https://ipst-pisatest.ipst.ac.th/และข้อสอบ PISA Style ผ่านระบบออนไลน์ของศูนย์ PISA สพฐ. https://www.pisacenterobec.org/pisa-style/ เพื่อพัฒนาสมรรถนะความฉลาดรู้ทั้ง 3 ด้าน ได้แก่ ด้านการอ่าน ด้านคณิตศาสตร์ และด้านวิทยาศาสตร์ เพิ่มเติมด้วย

การจัดทำเอกสารทั้ง 6 เล่มนี้ ได้รับความอนุเคราะห์จากครูของโรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ครูโรงเรียนเครือข่ายร่วมพัฒนา และครูของโรงเรียนเครือข่ายวิทยาศาสตร์พลังสิบ ในการร่วมกันระดมความคิดเพื่อนำสถานการณ์และคำถามจากข้อสอบวัดความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ตามกรอบการประเมินสมรรถนะนักเรียนมาตรฐานสากล (PISA) ที่ สสวท. ได้จัดทำและเผยแพร่ มาปรับให้เป็นสื่อในการจัดการเรียนรู้ ออกแบบและจัดทำกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ และนำไปทดลองจัดการเรียนรู้จริงในชั้นเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น แล้วนำข้อมูลจากการทดลองสอนมาปรับปรุงกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ให้มีความเหมาะสมมากยิ่งขึ้น นอกจากนั้นยังได้รับความอนุเคราะห์จากผู้ทรงคุณวุฒิจากมหาวิทยาลัย สถาบันการศึกษา และหน่วยงานองค์การทางการศึกษา ในการให้คำแนะนำและคำปรึกษาในการจัดทำกิจกรรมการเรียนรู้ ดังกล่าว

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) และ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (สพฐ.) ขอขอบคุณคณะครูและผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวข้างต้นเป็นอย่างสูง และคาดหวังเป็นอย่างยิ่งว่าเอกสารทั้ง 6 เล่มนี้ จะเป็นส่วนหนึ่งที่ช่วยให้ครูผู้สอนสามารถวางแผนและจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพเพิ่มมากขึ้น ซึ่งความฉลาดรู้ดังกล่าวเป็นเรื่องที่มีความสำคัญเป็นอย่างยิ่ง ทั้งเพื่อการศึกษาเรียนรู้ เพื่อการดำรงชีวิต และเพื่อการประกอบอาชีพ จากผลการศึกษามีข้อบ่งชี้ว่า บุคคลผู้ที่มีความฉลาดรู้ทั้ง 3 ด้าน ได้แก่ ด้านการอ่าน ด้านคณิตศาสตร์ และด้านวิทยาศาสตร์ อยู่ในระดับสูงจะมีโอกาสประสบความสำเร็จในด้านต่าง ๆ สูงขึ้นตามไปด้วย

คำชี้แจง

เอกสารฉบับนี้ได้นำเสนอสถานการณ์ปัญหาเพื่อพัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์และแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ชุด สถานการณ์ปัญหาเหล่านี้เป็นส่วนหนึ่งของหนังสือตัวอย่างการประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ซึ่งมีเผยแพร่อยู่ทั้งหมด 3 เล่ม แต่ในที่นี้ได้คัดเลือกสถานการณ์ปัญหามานำเสนอ 4 เรื่อง ได้แก่ ปัญหาลงทุนกับใครดี ปัญหาห้องพักของปวีณา ปัญหาผู้ชมภาพยนตร์ และปัญหาท่อส่งน้ำมัน โดยแต่ละเรื่องประกอบด้วย ความสำคัญของปัญหา ตัวชี้วัด จุดประสงค์ เนื้อหาที่วัด สถานการณ์ปัญหา แนวคิด และเกณฑ์การให้คะแนน

สถานการณ์ปัญหาดังกล่าวได้จัดเป็นสองชุด เพื่อให้ครูนำไปใช้กับนักเรียนเพื่อฝึกทักษะการวิเคราะห์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในภาคเรียนที่ 1 และภาคเรียนที่ 2 ดังตาราง ทั้งนี้ ในการนำไปใช้ครูควรให้นักเรียนอ่านและศึกษาวิเคราะห์สถานการณ์แต่ละเรื่องอย่างละเอียดแล้วตอบคำถามท้ายสถานการณ์ รวมทั้งควรมีการอภิปรายเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาและเหตุผลประกอบร่วมกัน

ชุดที่	สถานการณ์	ที่มาของสถานการณ์	ช่วงเวลาที่แนะนำให้นำไปใช้	เวลาที่ใช้
1	เรื่องที่ 1: ปัญหาลงทุนกับใครดี	หนังสือตัวอย่างการประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เล่ม 3	ภาคเรียนที่ 1	1 คาบ
	เรื่องที่ 2: ปัญหาห้องพักของปวีณา	หนังสือตัวอย่างการประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เล่ม 2	ภาคเรียนที่ 1	1 คาบ
2	เรื่องที่ 1: ปัญหาผู้ชมภาพยนตร์	หนังสือตัวอย่างการประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เล่ม 3	ภาคเรียนที่ 2	1 คาบ
	เรื่องที่ 2: ปัญหาท่อส่งน้ำมัน	หนังสือตัวอย่างการประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เล่ม 2	ภาคเรียนที่ 2	1 คาบ

สารบัญ

	หน้า
คำนำ.....	ก
คำชี้แจง.....	ค
ชุดที่ 1.....	1
ชุดที่ 2.....	9
บรรณานุกรม.....	21

ชุดที่ 1

สถานการณ์เรื่องที่ 1: ปัญหาลงทุนกับใครดี

ความสำคัญของปัญหา

ปัญหานี้มุ่งฝึกให้นักเรียนนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนไปแล้วนำมาประมวลใช้เพื่อแก้ปัญหาในชีวิตจริง โดยใช้การคิดที่หลากหลายประกอบการวิเคราะห์ข้อมูลในแง่มุมต่าง ๆ นักเรียนจะได้เรียนรู้ว่าปัญหาบางปัญหามีวิธีแก้ได้หลายวิธี ซึ่งแต่ละวิธีอาจมีประสิทธิภาพแตกต่างกัน นักเรียนต้องรู้จักเปรียบเทียบและวิเคราะห์เพื่อจะเลือกใช้วิธีที่ดีที่สุด นอกจากนี้ ปัญหานี้ยังมุ่งให้นักเรียนเห็นตัวอย่างของการใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการลงทุนในชีวิตจริง โดยให้นักเรียนเป็นผู้เลือกเองว่าจะใช้ข้อมูลใดบ้างมาพิจารณาประกอบการตัดสินใจในการลงทุน ซึ่งกระบวนการดังกล่าวจะเป็นการส่งเสริมการให้เหตุผลและการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของนักเรียนด้วย

ตัวชี้วัด

เข้าใจและประยุกต์ใช้อัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และปัญหาในชีวิตจริง

จุดประสงค์

1. ใช้ความรู้และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม
2. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม
3. มีทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

เนื้อหาที่เกี่ยวข้อง

อัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ และการนำไปใช้

ชุดที่ 1

สถานการณ์เรื่องที่ 1: ปัญหาลงทุนกับใครดี

ทรงวุฒิกำลังตัดสินใจว่าจะลงทุนค้าขายกับเพื่อนคนใดคนหนึ่งในสองคนด้วยเงินลงทุนที่เท่ากัน ถ้าลงทุนกับศักดิ์ชาย ทรงวุฒิและศักดิ์ชายจะแบ่งกำไรกันตามอัตราส่วนของกำไรที่ทรงวุฒิจะได้รับต่อกำไรที่ศักดิ์ชายจะได้รับเป็น 5 ต่อ 2 แต่ถ้าลงทุนกับสุวัฒน์ ทรงวุฒิและสุวัฒน์จะแบ่งกำไรกันตามอัตราส่วนของกำไรที่ทรงวุฒิจะได้รับต่อกำไรที่สุวัฒน์จะได้รับ เป็น 7 : 3

จากสถานการณ์ดังกล่าว ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. ถ้ากำไรที่ทรงวุฒิและศักดิ์ชายลงทุนร่วมกัน เท่ากับกำไรที่ทรงวุฒิและสุวัฒน์ลงทุนร่วมกัน และพิจารณาเฉพาะอัตราส่วนของการแบ่งกำไรกันแล้ว ในการลงทุนครั้งนี้ทรงวุฒิควรตัดสินใจลงทุนกับใคร เพราะเหตุใด (6 คะแนน)

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

2. การลงทุนครั้งนี้ จะพิจารณาเฉพาะอัตราส่วนของการแบ่งกำไรกันได้หรือไม่ เพราะเหตุใด (6 คะแนน)

   .....

   .....

   .....

   .....

3. ถ้าการลงทุนครั้งนี้ไม่ควรจะพิจารณาเฉพาะอัตราส่วนของการแบ่งกำไรกันแล้ว นักเรียนคิดว่าทรงวุฒิควรหาข้อมูลใดบ้างมาพิจารณาเพิ่มเติมเพื่อประกอบการตัดสินใจ

   จงระบุข้อมูลอย่างน้อย 4 ประเด็น พร้อมทั้งอธิบายประกอบว่าแต่ละข้อมูลมีความสำคัญต่อการตัดสินใจอย่างไร (8 คะแนน)

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

แนวคิด

1. ควรตัดสินใจลงทุนกับศักดิ์ชาย เพราะว่าอัตราส่วนของกำไรที่ทรงวุฒิจะได้รับต่อกำไรที่ศักดิ์ชายจะได้รับ เป็น 5 : 2

   ดังนั้น ถ้าลงทุนกับศักดิ์ชาย อัตราส่วนของกำไรที่ทรงวุฒิจะได้รับต่อกำไรทั้งหมด เป็น 5 : 7

   คิดเป็นกำไรที่ทรงวุฒิจะได้รับ $\frac{5}{7}\times 100 \approx 71.43\%$ อัตราส่วนของกำไรที่ทรงวุฒิจะได้รับต่อกำไรที่สุวัฒน์จะได้รับเป็น 7 : 3

   ดังนั้น ถ้าลงทุนกับสุวัฒน์ อัตราส่วนของกำไรที่ทรงวุฒิจะได้รับต่อกำไรทั้งหมด เป็น 7 : 10

   คิดเป็นกำไรที่ทรงวุฒิจะได้รับ $\frac{7}{10}\times 100 = 70\%$

   นั่นคือ ด้วยกำไรที่เท่ากัน การลงทุนกับศักดิ์ชายจะได้รับเงินกำไรมากกว่า 2+4

2. ไม่ได้ เพราะอัตราส่วนของการแบ่งกำไรกัน ไม่เป็นเครื่องยินยันได้ว่ากำไรที่ทรงวุฒิจะได้รับนั้นมากหรือน้อย ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับจำนวนกำไรที่จะนำมาแบ่งกันในการลงทุนกับเพื่อนแต่ละคน และยังมีปัจจัยอื่น ๆ ที่ต้องนำมาพิจารณาในการลงทุนด้วย 2+4

3. ตัวอย่างข้อมูลที่ทรงวุฒิควรหาประกอบการพิจารณา มีดังนี้

   1) สินค้าที่ขายเป็นที่นิยมหรือขายดีเพียงใด ถ้าสินค้าไม่เป็นที่นิยมหรือขายไม่ดี กำไรจากการขายจะน้อย ส่วนแบ่งกำไรจะน้อยด้วย
   2) กำไรที่ได้ต่อการขายสินค้าแต่ละชิ้น ถ้าสินค้าที่ขายมีกำไรต่อชิ้นน้อยมาก การจะทำให้ได้กำไรมาก ต้องขายสินค้าเป็นจำนวนมาก
   3) ประสบการณ์ในการค้าขายของผู้ที่จะร่วมลงทุนด้วย ถ้าผู้ร่วมลงทุนมีประสบการณ์น้อยในการค้าขาย อาจทำให้เกิดความเสี่ยงต่อการขาดทุน
   4) ความคงทนของสินค้าหรือระยะเวลาที่สินค้าจะไม่เสียหาย ถ้าสินค้าเสียหายเร็ว เช่น อาหารสด และ ผลไม้ โอกาสที่จะขาดทุนจะสูงกว่าสินค้าที่เก็บไว้ได้นาน เช่น เสื้อผ้า และอาหารแห้ง
   5) ในการพิจารณาเพื่อการลงทุน ไม่ควรลงทุนในธุรกิจที่ไม่สุจริต หรือธุรกิจที่มอมเมาผู้คน ไม่อยู่ในกรอบศีลธรรมและวัฒนธรรมอันดีของชาติ 2+2+2+2

เกณฑ์การให้คะแนน

ข้อ (คะแนนเต็ม)	คำตอบของนักเรียน	คะแนน
1 (6)	- ตอบ ควรตัดสินใจลงทุนกับศักดิ์ชาย และให้เหตุผลประกอบการคำนวณอย่างสมเหตุสมผลถูกต้องสมบูรณ์ - ตอบ ควรตัดสินใจลงทุนกับศักดิ์ชาย และให้เหตุผลประกอบการคำนวณถูกต้องเป็นบางส่วน - ตอบ ควรตัดสินใจลงทุนกับศักดิ์ชาย แต่ให้เหตุผลไม่ถูกต้องหรือไม่ให้เหตุผล - ตอบเป็นอย่างอื่นหรือไม่ตอบ	6 4 2 0
2 (6)	- ตอบ ไม่ได้ และให้เหตุผลในแนวทางที่สอดคล้องกับคำตอบที่เฉลยไว้หรือให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลยอมรับได้อย่างสมบูรณ์ - ตอบ ไม่ได้ และให้เหตุผลในแนวทางที่สอดคล้องกับคำตอบที่เฉลยไว้เป็นบางส่วนหรือให้เหตุผลที่พอรับได้เป็นบางส่วน - ตอบ ไม่ได้ แต่ให้เหตุผลไม่อยู่ในแนวทางที่สอดคล้องกับคำตอบที่เฉลยไว้หรือเป็นเหตุผลที่ไม่สมเหตุสมผลหรือไม่ให้เหตุผล - ตอบเป็นอย่างอื่นหรือไม่ตอบ	6 4 2 0
3 (8)	ให้คะแนนตามจำนวนประเด็นที่นักเรียนตอบประเด็นละ 2 คะแนน โดยแต่ละประเด็นที่นักเรียนตอบให้พิจารณาดังนี้ - ระบุประเด็นอย่างชัดเจนสมเหตุสมผลให้ 1 คะแนน อธิบายความสำคัญของประเด็นที่ยกมาให้เป็นที่เข้าใจได้ให้ 1 คะแนน ถ้านักเรียนตอบเกิน 4 ประเด็น ให้เลือกประเด็นที่นักเรียนระบุและ / หรืออธิบายดีที่สุดมาให้คะแนนเพียง 4 ประเด็น	8

ชุดที่ 1

สถานการณ์เรื่องที่ 2: ปัญหาห้องพักของปวีณา

ความสำคัญของปัญหา

ปัญหาในชีวิตจริงหลายอย่างต้องอาศัยคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือช่วยในการแก้ปัญหา คำตอบของปัญหาบางปัญหาอาจไม่จบลงเพียงได้ทราบผลลัพธ์จากการคิดคำนวณเท่านั้น แต่อยู่ที่การนำผลลัพธ์นั้นไปใช้ประกอบการตัดสินใจ ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนได้มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาในลักษณะที่มีความสอดคล้องกับชีวิตจริงดังตัวอย่างปัญหาห้องพักของปวีณา ในการแก้ปัญหานี้นักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหาให้ถ่องแท้ เลือกเนื้อหาของคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องมาเชื่อมโยงกับสถานการณ์ของปัญหาให้เหมาะสม โดยนักเรียนจะต้องนำความรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาใช้ ซึ่งในสถานการณ์ที่มีความสอดคล้องกับชีวิตจริงนี้ยังช่วยให้นักเรียนเห็นประโยชน์และคุณค่าของคณิตศาสตร์อีกด้วย

ตัวชี้วัด

เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

จุดประสงค์

1. อธิบายความสัมพันธ์ตามทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้
2. ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้
3. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้
4. ใช้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ และการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้

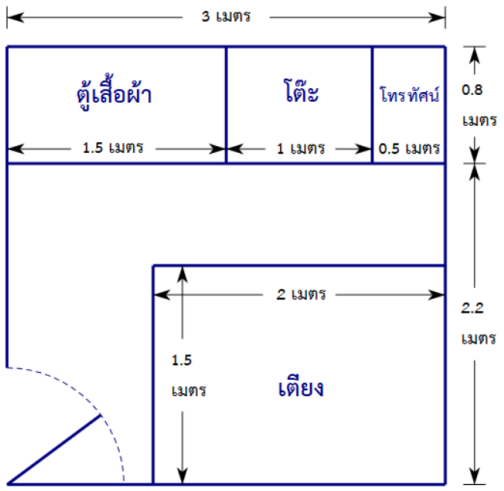
เนื้อหาที่เกี่ยวข้อง

สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และทฤษฎีบทพีทาโกรัส

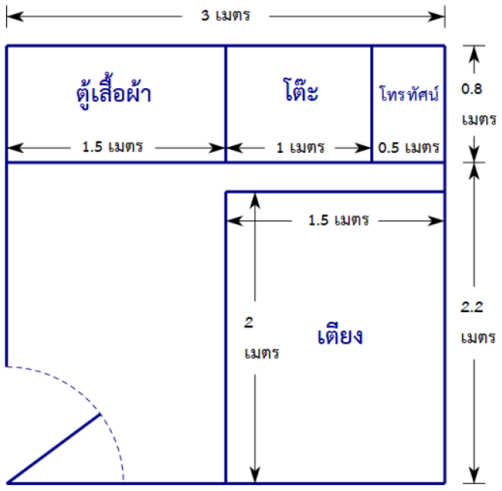
ชุดที่ 1

สถานการณ์เรื่องที่ 2: ปัญหาห้องพักของปวีณา

ห้องพักที่ปวีณาเช่าในหอพักสตรีแห่งหนึ่งมีขนาด 3 x 3 เมตร^2 ภายในห้องพักมีเตียงนอนขนาด 1.5 x 2 เมตร^2 ซึ่งมีล้อเลื่อน 4 ล้อสำหรับเคลื่อนย้ายได้ มีตู้เสื้อผ้า โต๊ะเขียนหนังสือ และชั้นวางเครื่องรับโทรทัศน์วางติดกันชิดฝาผนังด้านหนึ่ง ซึ่งไม่สามารถเคลื่อนย้ายได้และมีขนาดต่าง ๆ ดังรูปที่ 1 ปวีณาต้องการย้ายเตียงใหม่เพื่อสะดวกในการนอนดูโทรทัศน์ นักเรียนคิดว่าปวีณาจะสามารถเลื่อนเตียงนอนให้อยู่ในตำแหน่งดังรูปที่ 2 โดยไม่ต้องยกเตียงได้หรือไม่ เพราะเหตุใด (20 คะแนน)



รูปที่ 1



รูปที่ 2

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แนวคิด

ไม่ได้ ด้วยเหตุผลต่อไปนี้ 2

เมื่อหาความยาวของเส้นทแยงมุมของเตียงโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

จะได้ $(1.5)^2 + 2^2 = 2.25 + 4$

$= 6.25$

$= 2.5 \times 2.5$

ดังนั้น เส้นทแยงมุมของเตียงยาว 2.5 เมตร 6

แต่ความกว้างของห้องพักที่จะเลื่อนเตียงได้ เหลือเพียง 2.2 เมตร

นั่นคือ ไม่สามารถเลื่อนเตียงให้มีตำแหน่งดังรูปที่ 2 โดยไม่ต้องยกเตียง เพราะความกว้างของห้องพักที่จะเลื่อนเตียงได้ สั้นกว่าความยาวของเส้นทแยงมุมของเตียง เมื่อเลื่อนเตียงมุมของเตียงจะไปติดโต๊ะเขียนหนังสือ 12

เกณฑ์การให้คะแนน

ข้อ (คะแนนเต็ม)	คำตอบของนักเรียน	คะแนน
(20)	- ตอบคำถามถูกต้อง และอธิบายเหตุผลในเชิงคณิตศาสตร์ โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้ถูกต้อง ชัดเจน ครบถ้วนสมบูรณ์	20
	- ตอบคำถามถูกต้อง และอธิบายเหตุผลในเชิงคณิตศาสตร์ โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้ถูกต้อง แต่ไม่ชัดเจนในบางส่วน เช่น ไม่ระบุว่าความกว้างของห้องพักที่จะเลื่อนเตียงได้สั้นกว่าความยาวของเส้นทแยงมุมของเตียง	12
	- ตอบคำถามถูกต้อง และใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสหาความยาวของเส้นทแยงมุมของเตียงได้ แต่ไม่อธิบายเพิ่มเติมหรืออธิบายเพิ่มเติมไม่ถูกต้อง	8
	- ตอบคำถามถูกต้อง แต่ไม่อธิบายเหตุผลหรืออธิบายเหตุผลไม่ถูกต้อง	2
	- ตอบคำถามไม่ถูกต้อง หรือไม่ตอบ	0

ชุดที่ 2

สถานการณ์เรื่องที่ 1: ปัญหาผู้ชมภาพยนตร์

ความสำคัญของปัญหา

การรู้จักนำความรู้ด้านสถิติไปใช้ให้เป็นประโยชน์ในการดำรงชีวิตถือว่าเป็นสาระสำคัญในการเรียนรู้ของนักเรียน ครูจึงควรจัดสถานการณ์ต่าง ๆ ให้นักเรียนได้เห็นหรือได้มีโอกาสนำความรู้ไปใช้ ปัญหาผู้ชมภาพยนตร์ เป็นตัวอย่างสถานการณ์การนำความรู้เกี่ยวกับค่ากลางของข้อมูล ได้แก่ มัธยฐาน ฐานนิยม และค่าเฉลี่ยเลขคณิต ประกอบกับการใช้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้านการให้เหตุผลตามบริบทอย่างสมเหตุสมผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาโจทย์ที่เกี่ยวข้องกับสังคม คำตอบของนักเรียนจะสะท้อนให้ครูเห็นทักษะการคำนวณ การคิดวิเคราะห์ในการเลือกใช้ค่ากลางที่สมเหตุสมผลและเหมาะสมกับสถานการณ์ รวมถึงวิธีจัดข้อมูลของนักเรียนว่ามีระบบ มีระเบียบแบบแผนและให้ความสะดวกในการนำข้อมูลไปใช้อ้างอิงและตัดสินใจเลือกใช้ค่ากลางได้ดีเพียงใด

ตัวชี้วัด

เข้าใจและใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอข้อมูลและวิเคราะห์ข้อมูลจากแผนภาพจุดแผนภาพต้น – ใบ ฮิสโทแกรม และค่ากลางของข้อมูล และแปลความหมายผลลัพธ์ รวมทั้งนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริง โดยใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม

จุดประสงค์

1. เลือกและใช้ค่ากลางของข้อมูลที่กำหนดให้ได้อย่างเหมาะสม
2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ
3. ใช้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ และการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ได้

เนื้อหาที่เกี่ยวข้อง

ค่ากลางของข้อมูล

ชุดที่ 2

สถานการณ์เรื่องที่ 1: ปัญหาผู้ชมภาพยนตร์

ผู้จัดการโรงภาพยนตร์แห่งหนึ่งได้สำรวจข้อมูลเกี่ยวกับจำนวนผู้ชมภาพยนตร์เรื่อง รักฉันนั้นเพื่อเธอ และรายได้ที่ได้รับในรอบ 19.30 น. เป็นเวลา 1 สัปดาห์ ข้อมูลเป็นดังตารางต่อไปนี้

ราคาบัตร (บาท)	จำนวนผู้ชม (คน)						
	จันทร์	อังคาร	พุธ	พฤหัส	ศุกร์	เสาร์	อาทิตย์
200	40	30	45	30	55	52	44
150	60	70	68	65	100	90	80
100	106	115	90	100	150	140	100

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. ทั้งสัปดาห์เฉลี่ยแล้วมีผู้ชมในรอบนี้ประมาณกี่คนต่อรอบ (3 คะแนน)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. วันใดของสัปดาห์ที่มีรายได้ในรอบนี้มากที่สุด คิดเป็นเงินกี่บาท (3 คะแนน)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. จากคำตอบที่ได้ในข้อ 2 นักเรียนคิดว่าน่าจะเป็นด้วยเหตุผลใด จึงทำให้ในวันนั้นโรงภาพยนตร์มีรายได้ในรอบนี้มากที่สุด (2 คะแนน)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. มัธยฐานของรายได้ในรอบนี้ของสัปดาห์เป็นเท่าไร (4 คะแนน)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. ทั้งสัปดาห์โรงภาพยนตร์มีรายได้โดยเฉลี่ยในรอบนี้ประมาณกี่บาท (4 คะแนน)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. ถ้ามีนักข่าวมาขอสัมภาษณ์ผู้จัดการถึงความนิยมเข้าชมภาพยนตร์เรื่องนี้ ผู้จัดการควรนำข้อมูลหรือค่ากลางใดของจำนวนใด มาพิจารณากล่าวอ้างกับนักข่าว เพื่อใช้เป็นตัวแทนแสดงความนิยมของภาพยนตร์เรื่องนี้ นักเรียนคิดว่าผู้จัดการมีเหตุผลใดในการใช้ (4 คะแนน)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แนวคิด

ราคาบัตร (บาท)	จำนวนผู้ชม (คน)							
	จันทร์	อังคาร	พุธ	พฤหัสบดี	ศุกร์	เสาร์	อาทิตย์
200	40	30	45	30	55	52	44
150	60	70	68	65	100	90	80
100	106	115	90	110	150	140	100
จำนวนผู้ชมทั้งหมด (คน)	206	215	203	205	305	282	224
รายได้ต่อรอบ (บาท)	(40 x 200) + (60 x 150) + (106 x 100) = 27,600	(30 x 200) + (70 x 150) + (115 x 100) = 28,000	(45 x 200) + (68 x 150) + (90 x 100) = 28,200	(30 x 200) + (65 x 150) + (110 x 100) = 26,750	(55 x 200) + (100 x 150) + (150 x 100) = 41,000	(52 x 200) + (90 x 150) + (140 x 100) = 37,900	(44 x 200) + (80 x 150) + (100 x 100) = 30,800

1. ค่าเฉลี่ยของจำนวนผู้ชมประมาณ 234 คนต่อรอบ 3

แนวคิด $\dfrac{206+215+203+205+305+282+224}{7}$

$= \dfrac{1,640}{7}$

$= 234$ คนต่อรอบ

2. วันศุกร์ คิดเป็นเงิน 41,000 บาท 2+1

3. เหตุผลมีได้หลายประการ เช่น
   1) วันศุกร์เป็นวันสุดท้ายของการทำงาน คนส่วนหนึ่งต้องการพักผ่อนหย่อนใจด้วยการชมภาพยนตร์
   2) เนื่องจากเป็นคืนวันศุกร์สามารถนอนดึก และตื่นสายในวันเสาร์ที่เป็นวันหยุดได้
   3) ภาพยนตร์รอบนี้เป็นรอบที่มีเวลาเหมาะสม เพราะเป็นเวลาหลังเลิกงาน และอาจเป็นเวลาหลังจากรับประทานอาหารเย็นร่วมกับเพื่อน ๆ แล้ว จึงชักชวนกันไปหย่อนใจด้วยการชมภาพยนตร์ต่อ 2

4. 28,200 บาท 4

แนวคิด เรียงลำดับรายได้ต่อรอบทั้งสัปดาห์จากน้อยไปมากได้ดังนี้

26,750 27,600 28,000 $\boxed{28,200}$ 30,800 37,900 41,000

เนื่องจาก 28,200 เป็นข้อมูลที่อยู่ในตำแหน่งกึ่งกลางของข้อมูลทั้งหมด

ดังนั้น มัธยฐานของรายได้ในรอบนี้จึงเป็น 28,200 บาท

5. ประมาณ 31,464 บาท 4

แนวคิด ค่าเฉลี่ยของรายได้ในรอบนี้ทั้งสัปดาห์ เท่ากับ

$= \dfrac{27,600+28,000+28,200+26,750+41,000+37,900+30,800}{7}$

$= \dfrac{220,250}{7}$

$= 31,464$ บาท

6. โดยปกติผู้จัดการโรงภาพยนตร์มักจะโฆษณาถึงภาพยนตร์ในแง่ดี เพื่อให้ผู้คนมาชมภาพยนตร์กันมาก ๆ ทางโรงภาพยนตร์จะได้มีรายได้มาก ดังนั้นคำตอบของผู้จัดการจึงอาจใช้ข้อมูลหรือค่ากลางที่เหมาะสมและเป็นประโยชน์ต่อตัวเอง ซึ่งอาจตอบได้ เช่น
   1) ถ้าต้องการบอกให้ทราบว่าภาพยนตร์เรื่องนี้เป็นที่นิยมของคนดูมาก อาจใช้ข้อมูลแสดงจำนวนผู้ชมต่อรอบของช่วงเวลาที่มีผู้ชมมากกว่า 200 คนต่อรอบทุกวัน และบางรอบมากถึง 300 กว่าคน หรือ
   2) ถ้าต้องการบอกให้ทราบถึงรายได้ที่ทำให้ผู้ฟังทราบว่า ภาพยนตร์เรื่องนี้ดังมาก สามารถทำรายได้ได้สูง อาจใช้ค่ากลางเป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิตของรายได้ในรอบนี้ คือ บอกว่าภาพยนตร์เรื่องนี้ทำรายได้เฉลี่ยในแต่ละรอบสูงถึงประมาณ 31,500 บาท ซึ่งค่าเฉลี่ยนี้เป็นค่ากลางที่มากกว่ามัธยฐานของรายได้ในรอบนี้ที่ได้เพียง 28,200 บาท เท่านั้น 4

เกณฑ์การให้คะแนน

ข้อ (คะแนนเต็ม)	คำตอบของนักเรียน	คะแนน
1 (3)	- ตอบถูกต้อง - ตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่ตอบ	3 0
2 (3)	- ตอบถูกต้องทั้งสองคำตอบ - ตอบวันศุกร์ถูกต้อง แต่ระบุจำนวนเงินไม่ถูกต้อง หรือไม่ระบุ - ตอบไม่ถูกต้องทั้งสองคำตอบ หรือไม่ตอบ	3 2 0
3 (2)	- ให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลเกี่ยวกับวันศุกร์ที่เอื้อต่อการชมภาพยนตร์ในรอบวันนี้อย่างน้อย 2 ประเด็น - ให้เหตุผลตามแนวคิดข้างต้นเพียงประเด็นเดียว - ให้เหตุผลที่ไม่สมเหตุสมผล หรือไม่อธิบายให้เหตุผล	2 1 0
4 (4)	- ตอบถูกต้อง - ตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่ตอบ	4 0
5 (4)	- ตอบถูกต้อง และตอบเป็นจำนวนเต็มบวก - ตอบถูกต้อง แต่ตอบเป็นทศนิยม - ตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่ตอบ	4 2 0
6 (4)	- ให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลโดยอ้างอิงข้อมูลหรือค่ากลางที่เหมาะสมมาอธิบายในเชิงจำนวนคนที่เข้าชม หรือจำนวนเงินรายได้ - ให้เหตุผลที่พอยอมรับได้เกี่ยวกับจำนวนคนที่เข้าชมหรือจำนวนเงินรายได้ - ให้เหตุผลเล็กน้อย และมีแนวคิดที่ถูกต้องอยู่บ้าง - ไม่ให้เหตุผล หรือให้เหตุผลที่ไม่เหมาะสม	4 2 1 0

ชุดที่ 2

สถานการณ์เรื่องที่ 2: ปัญหาท่อส่งน้ำมัน

ความสำคัญของปัญหา

นักเรียนโดยทั่ว ๆ ไป ค่อนข้างมีปัญหาในการอธิบายให้เหตุผลและอ้างอิงทางเรขาคณิต การนำสถานการณ์ที่มีความเชื่อมโยงกับชีวิตจริงมาให้นักเรียนได้ฝึกแก้ปัญหา จะช่วยให้การแก้ปัญหาที่เน้นการให้เหตุผลนั้นเป็นไปอย่างมีความหมาย ปัญหานี้แสดงให้เห็นถึงการนำความรู้เกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมไปใช้ในสถานการณ์ที่เป็นไปได้ในชีวิตจริง โดยที่ในตัวปัญหาได้แสดงถึงวิธีการที่นำความรู้ไปใช้ นักเรียนในฐานะผู้แก้ปัญหาจะเป็นผู้วิเคราะห์ตัดสินใจว่าการนำไปใช้นั้นถูกต้องหรือไม่ จะอธิบายให้เหตุผลและอ้างอิงอย่างไร เมื่อนักเรียนวิเคราะห์แนวคิดและให้เหตุผลได้ นักเรียนจะเห็นแนวทางในการนำไปใช้ได้ในโอกาสต่อไป

ตัวชี้วัด

เข้าใจและใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

จุดประสงค์

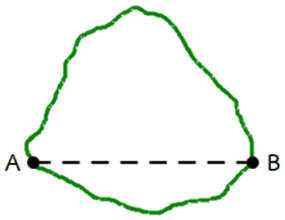
1. ระบุด้านและมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการได้
2. ระบุได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน เท่ากันทุกประการ
3. ใช้สมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมในการให้เหตุผลได้
4. ใช้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ และการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้

เนื้อหาที่เกี่ยวข้อง

ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน และการนำไปใช้

ชุดที่ 2

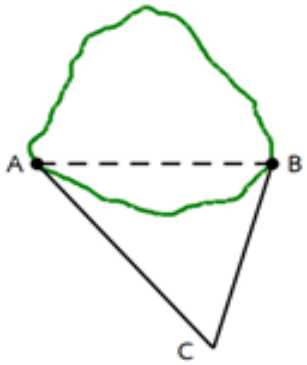
สถานการณ์เรื่องที่ 2: ปัญหาท่อส่งน้ำมัน



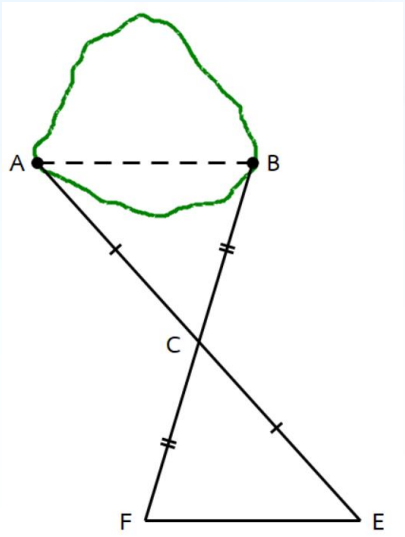
ที่ราบโล่ง

วิศวกรต้องการวางท่อส่งน้ำมันลอดใต้ภูเขาเป็นแนวเส้นตรงจากตำแหน่งที่จุด A ถึงจุด B หน้าภูเขาเป็นที่ราบโล่ง วิศวกรแสดงวิธีหาความยาวของท่อส่งน้ำมันใต้ภูเขาจากจุด A ถึงจุด B โดยทำดังนี้

1. สร้าง Δ ABC บนที่ราบโล่งหน้าภูเขา



2. ต่อ $\overline{AC}$ ไปทางจุด C ถึงจุด E ให้ CE = AC
ต่อ $\overline{BC}$ ไปทางจุด C ถึงจุด F ให้ CF = BC ลาก $\overline{EF}$



วิศวกรบอกว่าสามารถหาความยาวของ $\overline{AB}$ โดยวัดความยาวของ $\overline{EF}$ แทนแนวคิดของวิศวกรถูกต้องหรือไม่ จงให้เหตุผลทางเรขาคณิตประกอบคำตอบ (20 คะแนน)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แนวคิด

แนวคิดของวิศวกรถูกต้อง ด้วยเหตุผลดังนี้ 4

พิจารณา Δ ABC และ Δ EFC ซึ่งมี

AC = EC (จากการสร้าง) 1+1

BC = FC (จากการสร้าง) 1+1

และ $A\hat{C}B = E\hat{C}F$ (ถ้าเส้นตรงสองเส้นตัดกัน แล้วมุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน) 2+2

ดังนั้น Δ ABC $\cong$ Δ EFC (ด.ม.ด.) 2+2

จะได้ AB = EF (ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ จะยาวเท่ากัน) 2+2

เกณฑ์การให้คะแนน

ข้อ (คะแนนเต็ม)	คำตอบของนักเรียน	คะแนน
	ปัญหานี้มีคะแนนเต็ม 20 คะแนน แบ่งให้คะแนนเป็น 2 ส่วน ดังนี้	
	ส่วนที่หนึ่ง การตอบว่าแนวคิดของวิศวกรถูกต้องหรือไม่	
(4)	- ตอบถูกต้อง	4
	- ตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่ตอบ	0
(16)	**ส่วนที่สอง การให้เหตุผลและอ้างอิงประกอบคำตอบ** การให้เหตุผลและอ้างอิง ใช้เกณฑ์การให้คะแนนโดยแบ่งเป็นตอน ๆ โดยแยกการให้คะแนนส่วนที่เป็นข้อความแสดงเหตุผล และส่วนของการอ้างอิง ดังรายละเอียดที่ระบุไว้ในเฉลย ซึ่งกำหนดเป็นภาพรวมของการให้คะแนนดังนี้	
	- แสดงว่า Δ ABC $\cong$ Δ EFC และมีผลทำให้ได้ว่า AB $=$ EF โดยระบุข้อความแสดงเหตุผลและการอ้างอิงได้ถูกต้องสมบูรณ์	16
	- แสดงว่า Δ ABC $\cong$ Δ EFC และมีผลทำให้ได้ว่า AB $=$ EF โดยระบุข้อความแสดงเหตุผลได้ถูกต้อง แต่การอ้างอิงไม่สมบูรณ์	8 – 15
	- แสดงว่า Δ ABC $\cong$ Δ EFC และมีผลทำให้ได้ว่า AB $=$ EF โดยระบุข้อความแสดงเหตุผลแต่เพียงคร่าว ๆ และการอ้างอิงไม่สมบูรณ์	1 – 7
	- ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ที่กำหนดข้างต้น หรือไม่ได้ทำ	0
	หมายเหตุ ในการตรวจให้คะแนน ถ้านักเรียนมีข้อบกพร่องในการใช้สัญลักษณ์ทางเรขาคณิตให้หักรวม 1 คะแนน โดยการหักคะแนนต้องไม่มากกว่าคะแนนที่นักเรียนมี	

บรรณานุกรม

กระทรวงศึกษาธิการ. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2556). *ตัวอย่างการประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เล่ม 2*. กรุงเทพฯ. 3-คิว มีเดีย.

กระทรวงศึกษาธิการ. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2556). *ตัวอย่างการประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เล่ม 3*. กรุงเทพฯ. 3-คิว มีเดีย.

https://sites.google.com/view/pisaobec

https://d2ieq.ipst.ac.th/

https://www.pisacenterobec.org

https://ipst-pisatest.ipst.ac.th

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
กระทรวงศึกษาธิการ